

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024**QUESTIONNAIRE**

Date :	16.09.24	Horaire :	08:15 – 10:15	Durée :	120 minutes	
Discipline :	MATHE	Type :	écrit	Section(s) :	GSH	
					Numéro du candidat :	

Exercice 1 (4 + 4 + 2 = 10 points)

Calculez les limites suivantes et indiquez d'éventuelles asymptotes :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 5} + 3x}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{16 - 8x}{4 - 4x + x^2}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{-x}} \cdot \ln(x^2 - 3x)$

Exercice 2 (2 + 1 + 6 + 6 + 3 = 18 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminez le domaine de définition et le domaine de dérivabilité de f .
2. Déterminez, si possible, les racines éventuelles de la fonction f .
3. Déterminez les limites aux bornes du domaine de définition et indiquez d'éventuelles asymptotes (horizontales ou verticales).
4. Déterminez la fonction dérivée f' , puis dressez le tableau de variations de f (limites et asymptotes comprises).
5. Tracez la courbe représentative C_f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

Exercice 3 (3 + 3 + 3 = 9 points)

Calculez la fonction dérivée des fonctions suivantes et donnez le résultat sous forme factorisée :

1. $f(x) = \ln x \cdot 2x^3$

2. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{x^2 - 3}$

3. $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{x}$

Exercice 4 (5 points)

Soit la fonction $f(x) = \sqrt{2x^2 + x}$ définie sur $\mathbb{R}$.

Déterminez l'équation de la tangente au point d'abscisse -1 .

Exercice 5 (3 + 6 = 9 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln((x^2 + 7)(9 - x^2))$.

1. Déterminez les domaines de définition et de dérivabilité
2. Déterminez la fonction dérivée, puis dressez le tableau de variation de f (sans limites).

Exercice 6 (1 + 2 + 6 = 9 points)

Un urbaniste souhaite aménager un espace pour ses chevaux de forme rectangulaire d'une superficie de $20\,000\text{ m}^2$. Le parc est bordé par une rivière sur l'un de ses côtés. L'aménagement du parc le long de la rivière coûte 9 € par mètre, tandis que l'aménagement des autres côtés coûte 3 € par mètre.

1. Soit x la longueur du terrain le long de la rivière, déterminez la largeur du terrain en fonction de x en m^2 .
2. Prouvez que la fonction $f(x) = \frac{12x^2 + 120\,000}{x}$ détermine les frais pour l'aménagement en fonction de la longueur x .
3. Quelles sont les dimensions du parc qui minimisent les coûts d'aménagement ? Justifiez votre réponse.