

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024

Date :	07.06.2024	Horaire :	08 :15-11 :15	Durée :	180 minutes
Discipline :	MATHE	Type :	écrit	Section(s) :	GA3D
					Numéro du candidat :

Question 1

[3+4 = 7 points]

Pour commercialiser ses petits pois, une entreprise de produits alimentaires veut commander des boîtes cylindriques de volume 1 litre. Pour réduire les coûts de production, on désire réduire au maximum le besoin de métal pour produire les boîtes.



- a) Montrer que l'aire de la surface de la boîte est donnée par

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

$r > 0$ étant exprimé en dm.

- b) Quelles sont les dimensions de la boîte si l'on veut utiliser un minimum de métal pour la production de la boîte.

Question 2

[3+3+2 = 8 points]

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_1^2 \frac{12x^5 - 6x^3 + 4x - 3}{2x^2} dx$

b) $\int_{\frac{1}{2}}^1 (x^2 + 1) \ln(2x) dx$

c) $\int_{-2}^{-1} \frac{x+2}{x^2 + 4x + 5} dx$

Question 3

[4+5 = 9 points]

- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$e^x - 9e^{-2x} = -8e^{-5x}$$

- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$\ln(2x+1) - \ln(x+1) \geq -\ln(x-1) + \ln(x+2)$$

Question 4**[(2+1+3+2+1+2)+(2+3+2) = 18 points]****Partie A**

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - ex - 2 \ln x$.

- Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction g .
- Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g .
- Dresser le tableau de variations de la fonction g .
- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.
- Donner un encadrement de cette solution α à 0,01 près.
- En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x + ex}{x^2}$.

- Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f .
- Démontrer que pour tout x appartenant à $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
- Dresser le tableau de variations de la fonction f .

Question 5**[3+1+3+3 = 10 points]**

On donne les plans

$$\pi_1 : 3x + y + 2z - 8 = 0$$

$$\pi_2 : x + y - 2z = 0$$

- Donner une représentation paramétrique de la droite d , intersection des plans π_1 et π_2 .
- Préciser un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite d .
- Établir une équation cartésienne du plan π_3 passant par le point $B(3; 1; -3)$ et de vecteur normal $\vec{u}$.
- Déterminer l'intersection de la droite d et du plan π_3 .

Question 6**[8 points]**

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant par une méthode au choix. Donner ensuite une interprétation géométrique du résultat.

$$\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ 2x + 3y - 4z = -4 \\ -2x + y - z + 3 = 0 \end{cases}$$