

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES – Sessions 2024

QUESTIONNAIRE

Date :	23.10.24	Horaire :	08:15 - 11:15	Durée :	180 minutes
Discipline :	MATHE - MATH1	Type :	écrit	Section(s) :	GIG
					Numéro du candidat :

Question 1 [5 + 4 = 9 points]

1. Démontrer :

Pour tout réel a et tout réel b ,

$$\exp(a + b) = \exp(a) \cdot \exp(b)$$

2. Démontrer :

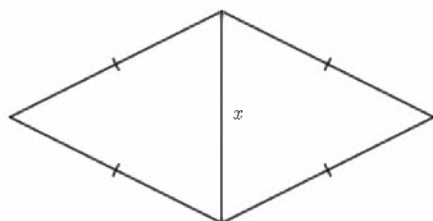
La fonction $\ln$ est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et $\forall x \in]0 ; +\infty[:$

$$(\ln)'(x) = \frac{1}{x}.$$

Question 2 [5 + 4 = 9 points]

Un fermier utilise 4 poteaux et exactement 28 m de clôture pour délimiter une partie de son champ sous forme de losange.

Une des diagonales du losange mesure x (en m) avec : $0 < x < 14$.



1. Montrer que l'aire A du losange est donnée par :

$$A(x) = \frac{x\sqrt{196 - x^2}}{2}$$

2. Quelles doivent être les longueurs exactes des diagonales du losange pour que l'aire A soit maximale ?

Question 3 [6 + 3 = 9 points]

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- $\ln(\sqrt{2-x}) - \ln(\sqrt{3}) \leq \ln(2x+1) - \ln(\sqrt{5x+6})$
- $2e^x - 5e^{-x} = -9$

Question 4 [2 + 4 + 3 = 9 points]

Soit f la fonction définie par $f(x) = -x + \sqrt{x^2 - 3x - 10}$.

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1. Déterminer le domaine de définition D_f et calculer la limite de f en $-\infty$.
2. Sachant que la droite Δ d'équation $y = -2x + \frac{3}{2}$ est une asymptote oblique à C_f en $-\infty$, étudier la position relative de C_f par rapport à Δ sur D_f .
3. La fonction f est-elle dérivable à droite de 5 ?

Question 5 [8 points]

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x) \cdot e^x + 2$.

Montrer qu'il existe 2 tangentes à la courbe C_f passant par le point $A(2;0)$.

Question 6 [4 points]

Calculer l'intégrale suivante :

$$I = \int_{-1}^0 \ln(2x + 3) dx$$

Question 7 [2 + 4 + 6 = 12 points]

Dans un repère orthonormé, on a tracé les courbes C_1 et C_2 représentatives de deux fonctions respectives f_1 et f_2 définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.

On sait que l'une des fonctions est la dérivée de l'autre. On note ces fonctions f et f' .

1. Associer à chaque fonction sa courbe et justifier.
2. Sachant que f est définie par $f(x) = e^{-x}(8x^2 - 32x + 16)$, déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection A et B de C_1 et C_2 .
3. Calculer l'aire exacte $\mathcal{A}$ de la partie hachurée délimitée par les deux courbes.

