

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	08.06.23	Durée :	08:15 - 11:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse		Section(s) :	GSE	

Dans toutes les questions, le plan est muni d'un repère orthonormé.

Question 1 (4 + 4 = 8 points)

Démontrer les théorèmes suivants :

- a) Pour tout réel x et tout entier relatif n : $\exp(nx) = [\exp(x)]^n$.
- b) La fonction $\ln$ est dérivable sur $]0; +\infty[$ et pour tout $x \in]0; +\infty[$ on a : $\ln'(x) = \frac{1}{x}$.
-

Question 2 (6 points)

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x(e^x + 2)$.

Montrer que C_f n'admet pas de tangente horizontale.

Question 3 (1 + 3 + 1 + 2 = 7 points)

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f définie sur $] -\infty; \ln 2 [$ par $f(x) = \frac{(2x-4)e^x - 4x}{2 - e^x}$.

- a) Montrer qu'on peut écrire $f(x) = -2x - \frac{4e^x}{2 - e^x}$.
- b) En déduire la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_{-1}^0 f(x) dx$.
- c) Montrer que la courbe C_f admet une asymptote oblique Δ .
- d) Étudier la position relative de C_f par rapport à Δ .
-

Question 4 (4 points)

Soit la fonction f définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(x^2 - 2x + 1)}{x - 2}$.

Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son domaine.

Question 5 (4 + 5 = 9 points)

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = \ln(-2x^4 + x^2 + 1)$.

- a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f .
- b) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
-

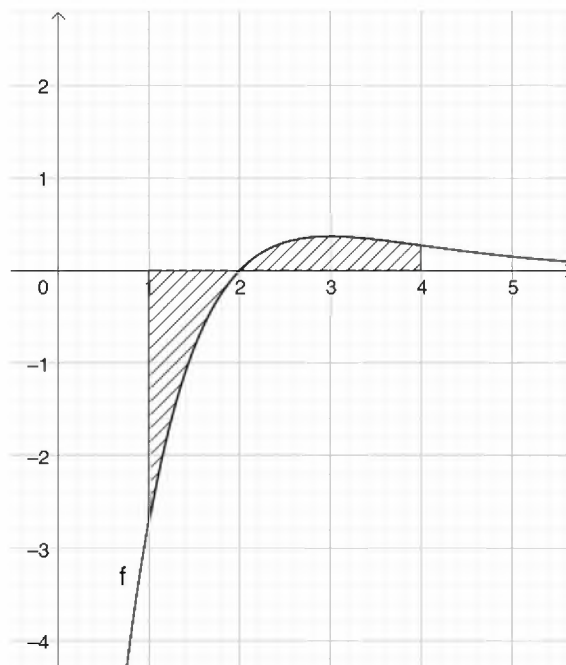
Question 6 (6 points)

Déterminer le tableau des signes de la fonction f définie par $f(x) = \ln(e^{4x} - 2e^{2x} + 1) - 4x$.

Question 7 (4 points)

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = (x - 2) \cdot e^{2-x}$ sur $]0; +\infty[$.

Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine hachuré de la figure ci-contre.

**Question 8 (2 + 3 = 5 points)**

Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{2x^2+x}$.

a) Déterminer les nombres réels a et b tels que $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{2x+1}$.

b) En déduire par une intégration par partie $I = \int_1^4 \frac{\ln(2x+1)}{x^2} dx$ et écrire le résultat en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

Question 9 (2 + 4 + 4 + 1 = 11 points)

On considère les points $A(-1; 4; 2)$, $B(-2; 1; 2)$ et $C(-3; 2; 0)$.

a) Montrer que les points A , B et C définissent un plan P .

b) Déterminer, au degré près, l'amplitude de l'angle $\widehat{BAC}$.

c) Montrer que le vecteur $\vec{n}(3; -1; -2)$ est un vecteur normal du plan P et en déterminer une équation cartésienne.

d) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d parallèle au plan P et passant par le point $D(-2; 0; 3)$.