EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES **Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT**					
Date :	21.09.23	*Durée :*	08:15 - 10:15	*Numéro candidat :*	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	*Section(s) :*	GACV		

Question 1 **(2+3+4+2+3+2+4 = 20 points)**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x + 1}$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f ainsi que celui de sa fonction dérivée.

b) Calculer la fonction dérivée de f.

c) Etudier les variations de f. Préciser les coordonnées des extrema éventuels.

d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec les axes du repère.

e) On donne $\forall x \in \mathbb{R} : f''(x) = -\frac{18x(x-1)}{(x^2 - x + 1)^3}$. Etudier la concavité de f (**<u>sans</u>** préciser les coordonnées des éventuels points d'inflexion).

f) Etablir un tableau de valeurs contenant les images de -3, de -2, de $\frac{1}{2}$ et de 5 par f. Donner les valeurs approchées au dixième près.

g) Construire $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé (unité : $0{,}5$ cm).

Question 2 **(2+2+2+3 = 9 points)**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(x^2 + 4)$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f ainsi que celui de sa fonction dérivée.

b) Calculer la fonction dérivée de f.

c) Etablir l'équation de la tangente T_0 à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.

d) Répondre par *vrai* ou *faux* à l'affirmation suivante, en justifiant:

*$\mathcal{C}_f$ admet **<u>deux</u>** points d'intersection avec l'axe des abscisses.*

Question 3 **(2+4+8 = 14 points)**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les (in)équations suivantes après avoir determiné leur domaine de définition:

a) $xe^{2x} - 2e^{2x} = 0$
b) $\ln e^{x} - e^{\ln(1-x)} \geq 0$
c) $\ln(1+x) - 2\ln x \leq - \ln(3-x)$

Question 4 **(3+3 = 6 points)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{e^{-x}+1}$.

a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}\ :\ f(x) = \frac{3e^{x}}{e^{x}+1}$.

b) Déterminer le domaine de dérivabilité de f et calculer la fonction dérivée de f.

Question 5 **(2+4+(2+3)= 11 points)**

a) Trouver **deux** primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par $f(x) = e^{2x-1}$.

b) Trouver la primitive sur $\mathbb{R}_{+}^{*}$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} - xe^{x^2}$ qui prend la valeur e en $x = 1$.

c) Calculer les valeurs exactes des intégrales suivantes:

1) $\int_{1}^{2} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$

2) $\int_{-1}^{0} (-3x^3 - 2x^2 + 3x + 2) dx$
