

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

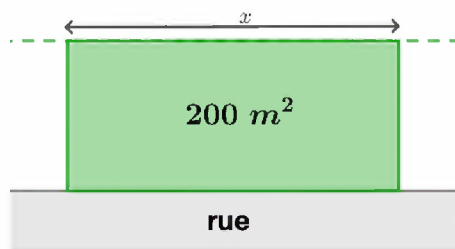
Date :	15.05.23	Durée :	08:15 - 11:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques	Section(s) :	GA3D		

Question 1 (2 + 4 = 6 points)

Une société de construction possède un grand terrain sur lequel elle veut construire des maisons individuelles. Chaque maison sera construite sur une parcelle rectangulaire de 200 m^2 .

Le promoteur décide de poser une clôture sur trois côtés de chaque parcelle.

(La partie donnant sur la rue ne sera pas clôturée.)



On note x la longueur de la parcelle et $L(x)$ la longueur de la clôture en fonction de x .

- 1) Montrer que $L(x) = x + \frac{400}{x}$
- 2) Comment doivent être choisies les dimensions de la parcelle pour que la longueur de la clôture soit minimale ? Préciser la longueur de la clôture.

Question 2 (4 + 6 = 10 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- 1) $2e^x - e^{-x} \geq 1$
- 2) $\ln\sqrt{7x+2} + \ln\frac{1}{x} - \ln 2 = 0$

Question 3 (4 + 3 + 4 = 11 points)

Calculer les intégrales suivantes :

- 1) $\int_1^2 \frac{4x^2 - x + 1}{2x} dx$
- 2) $\int_{-1}^2 (x+1) e^{-x} dx$
- 3) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{\ln(2x)}{3x} dx$

Question 4 ((4 + 3 + 4) + (3 + 3) = 17 points)

A) Soit la fonction g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x \cdot e^x - 1$

- 1) Déterminer les limites de g aux bornes du domaine de définition.
- 2) Calculer la dérivée de g . Dresser ensuite le tableau de variation de g .
- 3) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[-1, +\infty[$.
b) Montrer que α appartient à l'intervalle $[-1; 1]$ et donner un encadrement de α à 10^{-2} près.
c) En déduire le tableau des signes de g .

B) Soit la fonction f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = e^x - \ln x$

- 1) Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$
- 2) Dresser le tableau de variation de f .

Il n'est pas demandé de déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

Question 5 (7 points)

Résoudre le système de 3 équations à 3 inconnues suivant. Interpréter géométriquement le résultat.

$$\begin{cases} x + 4y + 2z = -1 \\ 3x + y - \frac{z}{2} = 2 \\ 2x + y + \frac{z}{2} = 2 \end{cases}$$

Question 6 (2 + 4 + 3 = 9 points)

On considère les plans $\pi_1: 3x + y + z - 4 = 0$ et $\pi_2: x - y - z = 0$

- 1) Montrer que les plans π_1 et π_2 sont sécants (sans déterminer leur intersection).
- 2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d'intersection d des plans π_1 et π_2 .
- 3) Déterminer l'intersection de la droite d et du plan $\pi_3: x + 5y - 4z - 15 = 0$ et en déduire l'intersection des trois plans.