

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES GÉNÉRALES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	08.06.23	Durée :	08:15 - 10:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques 2	Section(s) :	GIG		

Question 1 5 pts

Démontrer le théorème suivant :

Si dans un repère orthonormé on a : $\vec{u}(x; y; z)$ et $\vec{v}(x'; y'; z')$, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.

Question 2 3+2=5 pts

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

A tout point M d'affixe $z \neq -2$, on associe le point $M'(Z)$ avec :

$$Z = \frac{z - 2 - 3i}{z + 2}.$$

- 1) Soit $z = x + iy$, avec x et y réels. Exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de Z en fonction de x et y .
- 2) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(z)$, tels que Z soit réel.

Question 3 1+4+2=7 pts

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Les points A et B ont pour affixes respectives $a = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ et $b = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$.

- 1) Ecrire a sous forme exponentielle.
- 2) Faire une figure et déterminer la nature du triangle OAB .
- 3) Déterminer l'affixe du point K tel que $OAKB$ soit un losange.

Question 4 4 pts

On donne les nombres complexes : $z_1 = \frac{-\sqrt{3} + 3i}{2}$ et $z_2 = 2 \cdot \left(\cos\left(\frac{-\pi}{9}\right) - i \sin\left(\frac{-\pi}{9}\right) \right)$.

Montrer que $z_1 \cdot (z_2)^3$ est un nombre réel.

Question 5 4 pts

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soit $\mathcal{E}$ l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que $|3\bar{z} - 2i| = |3iz - i + 1|$.

Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ par la méthode géométrique.

Question 6 1+3+2+4=10 pts

Dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $K(3; 2; -1)$, $L(0; -1; 1)$ et $M(-1; -1; 1)$.

- 1) Montrer que les trois points K , L et M définissent un plan.
- 2) Etablir une équation cartésienne du plan (KLM) .
- 3) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d passant par $N(2; 2; 3)$ et perpendiculaire au plan (KLM) .
- 4) Déterminer les coordonnées du point I , projeté orthogonal de N sur le plan (KLM) .

Question 7 2+4+3+1=10 pts

Dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les plans suivants de l'espace :

$$\mathcal{P}_1 : 2x - y + z = 3 \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_2 : x - y + 2z + 1 = 0$$

- 1) Déterminer si les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont perpendiculaires.
- 2) Montrer que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants en une droite d et donner une représentation paramétrique de cette droite.
- 3) On donne le plan $\mathcal{P}_3 : y + 3z - 1 = 0$.
Déterminer l'intersection de la droite d et du plan $\mathcal{P}_3$.
- 4) En déduire la position relative des trois plans.

Question 8 5+2+1+3=11 pts

Dans le repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les droites

$$d_1 : \begin{cases} x = 2 + 4k \\ y = 3 - k \\ z = k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = -2 - l \\ y = l + 13 \\ z = 2 \end{cases} \quad l \in \mathbb{R}$$

- 1) Etudier la position relative des droites d_1 et d_2 . Si ces droites sont sécantes, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I .
- 2) Déterminer les coordonnées du point A de la droite d_1 dont la cote vaut -2 .
- 3) Vérifier que $B(-9; 20; 2)$ est un point de d_2 .
- 4) Déterminer la mesure d'un des deux angles géométriques, noté θ , formé par les deux droites d_1 et d_2 à 10^{-2} degrés près.

Question 9 2+2=4 pts

Dans le repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne la droite

$$d : \begin{cases} x = 1 - m \\ y = 2 + 2m \\ z = -m \end{cases} \quad m \in \mathbb{R}$$

et le plan $\mathcal{P} : 3x - 6y + 3z - 27 = 0$.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- 1) **Affirmation** : d est parallèle au plan $\mathcal{P}$.
- 2) **Affirmation** : Le plan $\mathcal{Q} : 17x + 6y - 5z - 20 = 0$ contient d .