Corrigé

(I) $\begin{cases} x+2y+3z=-5/E1 \\ 4y+12z=-32/3E1-E2 \\ 5y+7z=-16\ /\ 2E1-E3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+3z=-5 \\ y+3z=-8/E2:4 \\ 5y+7z=-16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+3z=-5 \\ y+3z=-8 \\ 8z=-24\ /5E2-E3 \end{cases}$

Le système admet une solution unique:

$z=-3;\ y=-8-3z=1;\ z=-5-2+9=2$ $\boxed{(x;y;z)=(2;1;-3)}$

(II) 1) ***(D)*** $\begin{cases} x=0+k \\ y=1-k \\ z=2+k \end{cases}$ 2) ***(P)*** $\begin{cases} x=1+2a+b \\ y=1+a \\ z=1+a+b \end{cases}$ équation cartésienne : $\boxed{x-y-z+1=0}$

3) $k-1+k-2-k+1=0 \Leftrightarrow k=2$ Point d'intersection $\boxed{P(2;-1;4)}$

II) 1) $4 \bullet C_8^6 \bullet C_{24}^2 = 4 \bullet 28 \bullet 276 == 30912$

2.a) $A_8^3 + A_7^3 + A_5^3 = 336+210+60=606$

2.b) $A_{20}^3 - A_{15}^3 = 6840-2730=4110=\underset{1BR}{3150}+\underset{2BR}{900}+\underset{3BR}{60}$

(IV) 1) $2-2x<\frac{1}{2}+1-x \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$

2) domaine: $D=\left]\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right[$ $(2x-1)^2=((3-2x)(4x-3) \Leftrightarrow 6x^2-11x+5=0$ $\boxed{S=\left\{1;\frac{5}{6}\right\}}$

(V) 1) $f(1)=1$; $f'(x)=2x-\frac{2\ln x}{x}$; $f'(1)=2$ équation de la tangente : $\boxed{y=2x-1}$

2) $\boxed{F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-e^{-x}+\frac{5}{2}}$

3) IPP : $u=2x$; $v'=e^{2x}$ $F(x)=xe^{2x}-\frac{1}{2}e^{2x}$; $F(1)=\frac{1}{2}e^2$; $F(0)=\frac{-1}{2}$; $\boxed{I=\frac{1}{2}\left(e^2+1\right)}$

(VI) Intersection : $4x-x^2=\frac{x+3}{2} \Leftrightarrow 2x^2-7x+3=0 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=\frac{1}{2}$

$$\text{Aire} = \int_{\frac{1}{2}}^{3}\left(4x-x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)dx \int_{\frac{1}{2}}^{3}\left(-x^2+\frac{7}{2}x-\frac{3}{2}\right)dx = \left[\frac{-1}{3}x^3+\frac{7}{4}x^2-\frac{3}{2}x\right]_{\frac{1}{2}}^{3} = \frac{9}{4}-\frac{-17}{48}=\frac{125}{48}\text{ unités}$$
