Exercice I

1) Un point $X(x,y,z)$ appartient à $(BC) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ tq $\vec{BX} = k \cdot \vec{BC}$ $\quad \vec{BX}\begin{pmatrix} x-2 \\ y \\ z-1 \end{pmatrix}$ $\vec{BC}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -2k \\ y = k \\ z-1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2k+2 \\ y = k \\ z = k+1 \end{cases}$$

2) Un point $X(x,y,z)$ appartient au plan passant par A, de vect. dir $\vec{u}$ et $\vec{v}$

$\Leftrightarrow \exists k, l \in \mathbb{R}$ tq $\vec{AX} = k\vec{u} + l\vec{v}$ $\quad \vec{AX}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-2 \\ z+1 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 2k+2l & (1) \\ y-2 = k & (2) \\ z+1 = 3k+2l & (3) \end{cases}$$ équat. paramétriques.

Équation cartésienne de π :

$(1) / (1)-(3)$: $x - z - 3 = -k$

Alors $\begin{cases} x - z - 3 = -k & (1) \\ y-2 = k & (2) \end{cases}$

$(1)+(2)$: $\underline{x + y - z - 5 = 0}$ éq. cart. de π

3) $$\begin{cases} 2x - 2y + 4z = 6 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 2z = 3 & (1) \\ 2x + y - z = 1 & (2) \\ 3x + z = 4 & (3) \end{cases}$$

ceci est un système de 3 équations de 3 plans.

$(2) / (2)+(1)$: $3x + z = 4$

Alors $\begin{cases} x - y + 2z = 3 & (1) \\ 3x + z = 4 & (2) \\ 3x + z = 4 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 2z = 3 & (1) \\ 3x + z = 4 & (2) \end{cases}$ Système simplement indéterminé.

Posons $z = \alpha$ Alors (2) : $3x = 4 - \alpha$ $\Leftrightarrow x = \frac{4}{3} - \frac{\alpha}{3}$ $\quad$ (1) $\frac{4}{3} - \frac{\alpha}{3} - y + 2\alpha = 3$ $\Leftrightarrow$ $y = \frac{5\alpha}{3} - \frac{5}{3}$

d'où $S = \left\{ \left(\frac{4}{3} - \frac{\alpha}{3} ; \frac{5\alpha}{3} - \frac{5}{3} ; \alpha \right) / \alpha \in \mathbb{R} \right\}$

$$\left(= \left\{ \left(\frac{4}{3} ; -\frac{5}{3} ; 0 \right) + \alpha \left(-\frac{1}{3} ; \frac{5}{3} ; 1 \right) / \alpha \in \mathbb{R} \right\} \right)$$

La solution du système représente la droite passant par le point $\left(\frac{4}{3} ; -\frac{5}{3} ; 0\right)$ et de vecteur directeur $\left(-\frac{1}{3} ; \frac{5}{3} ; 1\right)$ (c'est l'intersection des 3 plans du système initial)

Exercice 2

1) Nombre de tirages comportant 3 boules de même couleur

$$C_5^3 \cdot C_{10}^1 + C_6^3 \cdot C_9^1 + C_4^3 \cdot C_{11}^1 = 10 \cdot 10 + 20 \cdot 9 + 4 \cdot 11 = 324$$

2) Nombre de tirages comportant 1 boule blanche, suivie de 2 boules rouges

$$A_5^1 \cdot A_4^2 = \frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

3) Nombre de tirages comportant 2 boules rouges, suivies de 2 boules d'une autre coul.

$$4^2 \cdot 11^2 = 16 \cdot 121 = 1936$$

Exercice 3

1) Domaine de définition: C.E. $1 - e^{x^2-9} \geq 0 \Leftrightarrow e^{x^2-9} \leq 1$

$\Leftrightarrow e^{x^2-9} \leq e^0$

$\Leftrightarrow x^2 - 9 \leq 0$

$\Leftrightarrow x \in [-3, 3]$

$D_f = [-3; 3]$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-e^{x^2-9}}} \cdot \left(-e^{x^2-9}\right) \cdot 2x$$

$$= -\frac{e^{x^2-9} \cdot x}{\sqrt{1-e^{x^2-9}}}$$

2) $2\ln(2-x) - \ln(x+2) - 2\ln 3 = 0$

C.E: $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$

$x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

$\Leftrightarrow x \in]-2; 2[$

$\Leftrightarrow 2\ln(2-x) = \ln(x+2) + 2\ln 3$

$\Leftrightarrow \ln(2-x)^2 = \ln(x+2) + \ln 3^2$

$\Leftrightarrow \ln(2-x)^2 = \ln 9 \cdot (x+2)$

$\Leftrightarrow 4 - 4x + x^2 = 9x + 18$

$\Leftrightarrow x^2 - 13x - 14 = 0$

$\Delta_x = 169 + 56 = 225$

$x_1 = \frac{13-15}{2} = -1$

$x_2 = \frac{13+15}{2} = 14 \notin]-2, 2[$

$S = \{-1\}$

EXERCICE 4

1) $f(x) = -2x^2$

$D_f = \mathbb{R}$

$f'(x) = -4x$

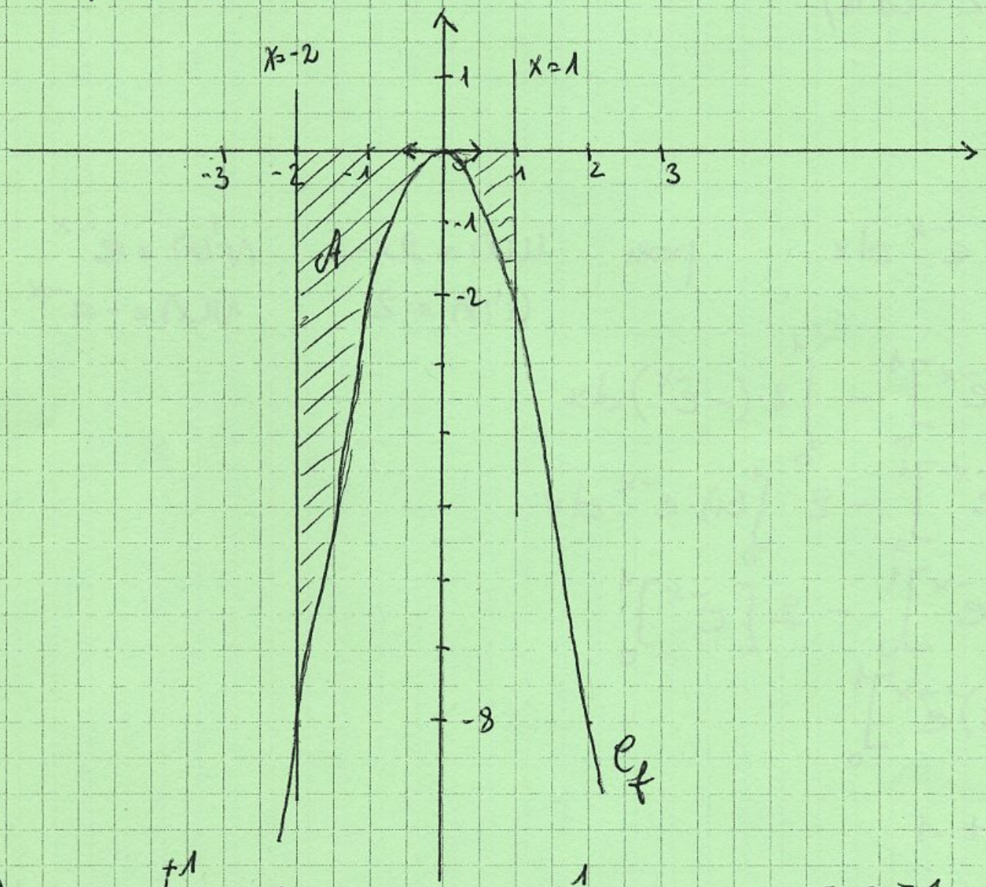
T.V.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	0	$\searrow$	

Superflu ! pas au programme de la 1ère

Valeurs :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-8	-2	0	-2	-8



$$\mathcal{A} = -\int_{-2}^{+1} -2x^2\,dx = 2\int_{-2}^{1} x^2\,dx = 2\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{1}$$

$$= 2\left(\frac{1}{3} + \frac{8}{3}\right)$$

$$= 2 \cdot 3 \text{ u.a}$$

$$= 6 \text{ cm}^2$$

2) $\displaystyle\int_3^4 \frac{2t-3}{2t^2-6t+4}\,dt$ posez $u(t) = 2t^2-6t+4$

$u'(t) = 4t-6$

$= 2(2t-3)$

$\Rightarrow 2t-3 = \frac{1}{2}u'(t)$

$$= \frac{1}{2}\int_3^4 \frac{u'(t)}{u(t)}\,dt$$

$$= \frac{1}{2}\Big[\ln|u(t)|\Big]_3^4$$

$$= \frac{1}{2}\Big[\ln|2t^2-6t+4|\Big]_3^4$$

$$= \frac{1}{2}(\ln 12 - \ln 4)$$

$$= \frac{1}{2}\ln 3$$

3) $\displaystyle\int_0^1 (2x-1)\cdot e^{-x}\,dx$ posez $u(x) = 2x-1$ $v'(x) = e^{-x}$

$u'(x) = 2$ $v(x) = -e^{-x}$

$$= \Big[-(2x-1)\cdot e^{-x}\Big]_0^1 - \int_0^1 2\cdot(-e^{-x})\,dx$$

$$= \Big[(1-2x)\,e^{-x}\Big]_0^1 - 2\int_0^1 (-1)\cdot e^{-x}\,dx$$

$$= \Big[(1-2x)\cdot e^{-x}\Big]_0^1 - 2\Big[e^{-x}\Big]_0^1$$

$$= \Big[(-1-2x)\,e^{-x}\Big]_0^1$$

$$= -3e^{-1} + 1$$

$$= 1 - \frac{3}{e}$$

$$\simeq -0{,}1$$