SOLUTIONS

Question I

1) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{équations paramétriques de (AB)} \begin{cases} x = 2-2k \\ y = k \\ z = 1+k \end{cases}}$

2) $EP(p) \begin{cases} x = 2+a+2b \\ y = 2+b \\ z = -1+a+3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = y-2 \\ a = x-2-2(y-2) = x-2y+2 \\ a+3b = z+1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = x-2y+2 \\ b = y-2 \\ (x-2y+2)+3(y-2) = z+1 \Rightarrow \boxed{EC(p): x+y-z-5=0} \end{cases}$

3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \\ 0 & -6 & 2 & -10 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L1 \\ L2-4L1 \\ L3-5L1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \end{pmatrix} L2/2 \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{système indéterminé}} L3-L2 \rightarrow \boxed{\begin{cases} z = 3y-5 \\ x = 4-2y+z = y-1 \quad y \in \mathbb{R} \end{cases}}$$

$\boxed{\text{Ensemble des solutions}}$ $S = \{(-1+y\,;y\,;-5+3y) \mid y \in \mathbb{R}\}$

Les 3 équations du système représentent 3 plans de l'espace et les 3 plans se coupent suivant

la droite passant par le point $\boxed{M(-1;0;-5)}$ et dirigée par le vecteur $\boxed{\overrightarrow{W} = (1\,;1\,;3)}$

Question II

1) $\sqrt{8} = 2^{\frac{3}{2}}$; $8 = 2^3 = \left(\sqrt{2}\right)^6$; $\frac{\sqrt{8}}{16} = 2^{\frac{3}{2}-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}} \Rightarrow \boxed{E = \frac{3}{2}+6-\frac{5}{2} = 5}$

2) $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-2x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{3-x-2} \Leftrightarrow 1-2x \leq 1-x \Leftrightarrow \boxed{x \geq 0}$

3) Domaine $\boxed{D = \left]\frac{1}{5}\,;\frac{7}{2}\right[}$

Sur le domaine l'équation est équivalente à

$3(7-2x)^2 = 15x-3 \Leftrightarrow 4x^2-33x+50=0 \Leftrightarrow \boxed{x=2}$ ou $\underbrace{x = \frac{25}{4}}_{\text{à éliminer}}$

Question III

1) Dérivée : $f'(x) = 2e^{2x} \cdot \ln(e-x) + e^{2x} \cdot \dfrac{-1}{e-x}$ $\qquad f(0) = 1$ et $f'(0) = 2 - \dfrac{1}{e}$

Equation de la tangente $\qquad \boxed{y = 1 + \dfrac{2e-1}{e}x}$

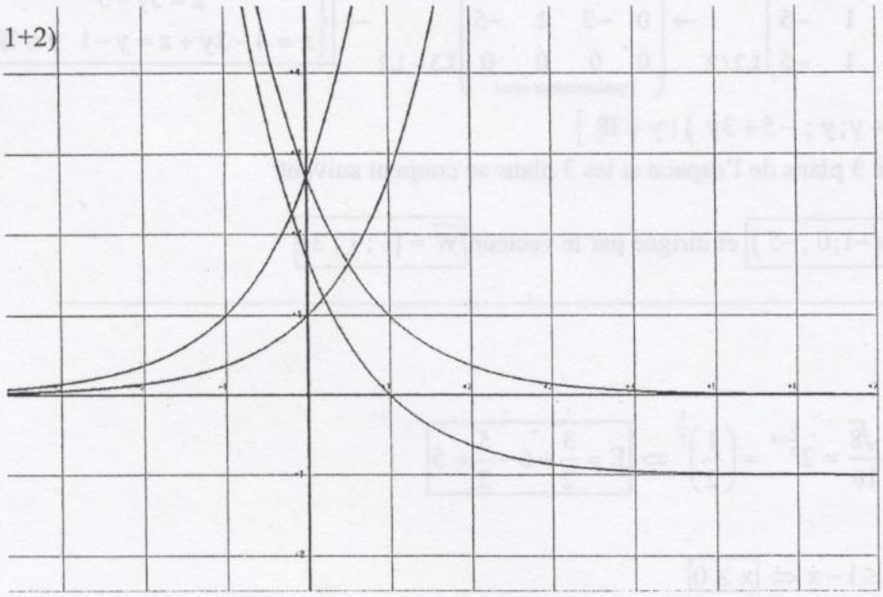
2) $G(x) = \int (\ln x)^2 \dfrac{1}{x} dx = \dfrac{1}{3}(\ln x)^3 + k \qquad G(e) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3} + k = 0 \Leftrightarrow k = \dfrac{-1}{3} \quad \boxed{G(x) = \dfrac{1}{3}(\ln x)^3 - \dfrac{1}{3}}$

3) $F(x) = \int \underbrace{(x+1)}_{u} \cdot \underbrace{e^x}_{v'} dx = (x+1)e^x - \int \underbrace{1}_{u'} \cdot \underbrace{e^x}_{v} dx = (x+1)e^x - e^x = x \cdot e^x$

$F(1) = e$ et $F(-1) = \dfrac{-1}{e} \qquad \boxed{\int_{-1}^{1} (x+1)e^x dx = e + \dfrac{1}{e} = \dfrac{e^2+1}{e}}$

Question IV

1+2)



$y = e^x$

$\downarrow (x, y) \to (x-1; y)$

$y = e^{x+1}$

$\downarrow (x, y) \to (-x; y)$

$y = e^{1-x}$

$\downarrow (x, y) \to (x; y-1)$

$y = e^{1-x} - 1 = h(x)$

3) $\qquad$ Aire $= \int_0^1 (e^{1-x} - 1) dx = \left[-e^{1-x} - x\right]_0^1 = (-2) - (-e) = \boxed{e - 2 \text{ unités de surface}}$

4) Les points d'intersection sont $(0;0)$ et $(3;3)$

Aire $= \int_0^3 \left((4x - x^2) - (x)\right) dx = \int_0^3 (3x - x^2) dx = \left[\dfrac{3}{2}x^2 - \dfrac{1}{3}x^3\right]_0^3 = \left[\dfrac{27}{2} - 9\right] - [0] = \boxed{\dfrac{9}{2} \text{ unités de surface}}$

WILHELM Venant / LGE