



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 2	B	<i>Durée de l'épreuve :</i> 4h20 <i>Date de l'épreuve :</i> 25 mai 2020

Numéro du candidat : _____

Instructions

- L'élève répond à toutes les questions de la partie obligatoire.
- L'élève répond à exactement une question de la partie au choix. Il indique obligatoirement son choix en marquant d'une croix la case appropriée ci-dessous.

Seules les réponses correspondant à la question choisie par l'élève seront évaluées. Toute réponse à une question non choisie par l'élève est cotée à 0 point. En l'absence de choix clairement renseigné sur la page de garde, la partie au choix est cotée à 0 point.

Partie obligatoire (48 points)

Question 1	16 points
Question 2	16 points
Question 3	6 points
Question 4	10 points

Partie au choix (12 points)

- Question 5 : Calcul intégral 12 points
- Question 6 : Fonctions avec paramètre 12 points
- Question 7 : Calcul d'aire 12 points

Partie obligatoire (48 points)

Question 1 (1,5+4+3,5+3,5+1,5+2=16 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x - \ln \frac{x+4}{2x+4} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{5}{4}x - e^{-\frac{2}{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Soit C_f la courbe représentative de f .

- Déterminer le domaine de définition de la fonction f et étudier la continuité de f en 0.
- Étudier le comportement asymptotique de f .
- Calculer $f'(x)$ et préciser le domaine de dérivabilité de f .
- Dresser le tableau des variations de f .

Suggestion : Pour déterminer le signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$, faire une étude des variations de la

fonction g définie par $g(x) = \frac{5}{4} - \frac{2}{x^2 \cdot e^x}$.

- Déterminer les valeurs exactes des coordonnées du point d'inflexion I de f d'abscisse positive et l'équation de la tangente à C_f en I .
- Représenter C_f et ses asymptotes dans un repère orthonormé (unité : 1 cm).

Question 2 (5+7+4=16 points)

- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\log_6 e \cdot \ln(e^x - 1) = 1 - x \cdot \log_6 e$
- Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $4^x - e \cdot 2^{1-x} \leq (3+e) \cdot 2^x - 2 - 3e$
- Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \text{Arcsin } x)^{\ln x}$

Question 3 (2+2,5+1,5=6 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^{\ln(\ln x)}$ et on note C_f sa courbe représentative.

- Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites aux bornes du domaine.
- Déterminer le domaine de définition de la fonction dérivée, calculer la fonction dérivée et résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
- Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse e^e .

Question 4 ((1+5)+4=10 points)

- i) Calculer : $\int \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$

ii) Calculer la primitive de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{(1+x^2)^2}$ qui s'annule pour $x = 1$.

Indication : déterminer des réels a et b tels que $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{1}{(1+x^2)^2} = \frac{a}{1+x^2} + \frac{bx^2}{(1+x^2)^2}$.

- Calculer : $\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 2} dx$.

Partie au choix (12 points)

Question 5 (5+5+2=12 points)

Calculer les intégrales suivantes :

- a) $\int_e^{e^2} \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$
- b) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3}{1 - \sin x} dx$
- c) $\int \frac{dx}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}$

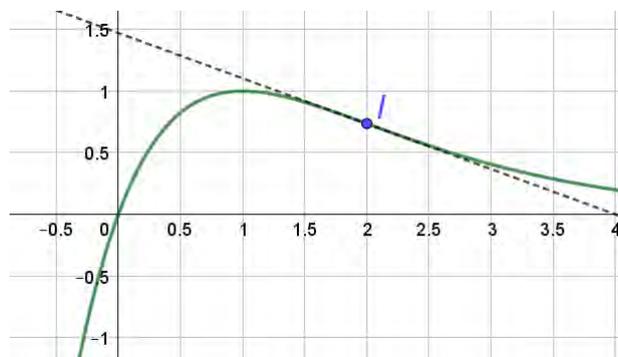
Question 6 (4+4+4=12 points)

Soit $f_m(x) = x + m \cdot e^{-x}$ (avec m paramètre réel non nul) et soit C_{f_m} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- a) Déterminer le domaine de définition de f_m et étudier le comportement asymptotique de f_m .
- b) Calculer la dérivée première de f_m et ses racines éventuelles. Discuter, en fonction de m , les variations de f_m .
- c) Montrer qu'à chaque courbe C_{f_m} , on peut tracer une tangente t_m passant par l'origine du repère. Déterminer les coordonnées du point de contact ainsi qu'une équation de t_m .

Question 7 (5+7=12 points)

- a) On considère la fonction f définie par $f(x) = x \cdot e^{1-x}$ dont voici la représentation graphique :



Calculer l'aire A de la partie du plan délimitée par l'axe des ordonnées, la courbe représentative de f et la tangente au point d'inflexion I . La position de la tangente par rapport à la courbe représentative peut être lue sur le graphique.

- b) On considère l'ellipse $E \equiv \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ainsi que la droite $d \equiv y = -\frac{\sqrt{3}}{6}x + 1$.

Représenter E et d et noter S la partie du plan délimitée par E et d et qui ne contient pas l'origine du repère. Calculer l'aire de la partie S .