Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2002

Section: B 16 septembre

Branche: Mathématiques II

Nom et prénom du candidat

I. Soit $f(x) = \text{Arctan}[2\ln(-x)]$ si $x \neq 0$ et $f(0) = -\frac{\pi}{2}$

1) Déterminer les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f.
   On étudiera en particulier la continuité et la dérivabilité en 0.
   Donner l'équation d'une tangente éventuelle au point d'abscisse 0.
2) Etablir les équations des asymptotes éventuelles.
3) Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f
4) Calculer $f''(x)$ et en déduire l'existence de points d'inflexion éventuels.
5) Dresser le tableau de variation.
6) Tracer G_f dans un repère orthonormé (unité : 2cm).

Soit la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = (2x^2 - 3x)e^x & \text{si } x < 0 \\ f(x) = x\ln(1+x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

et G_f la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.

1) Déterminer les domaines de définition, de continuité, de dérivabilité de f.
   On étudiera en particulier la continuité et la dérivabilité de f en 0 et on établira l'(les) équation(s) de la (des) tangente(s) éventuelle(s) au point d'abscisse 0.
2) Déterminer les équations des asymptotes éventuelles.
3) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ et déterminer leurs racines respectives.
4) Déterminer l'intersection de G_f avec la droite Δ d'équation $y = x$.
5) Dresser le tableau de variation et tracer G_f et Δ.
6) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par G_f et Δ.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2002	Nom et prénom du candidat
Section: B 16 septembre	____________________
Branche: Mathématiques II	____________________

III. a) Déterminer $\int \frac{4x^3-2x}{9+4x^4}dx$ sur un intervalle I à déterminer.

b) Déterminer $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-2}}dx$ sur un intervalle I à déterminer ; on pourra poser $x = \frac{1}{t}$.

c) Calculer $\int_1^{e^\pi} \sin(\ln x)\,dx$

IV. a) Résoudre dans **R** : $\log_{x-2}(x+4) + \frac{1}{\log_{x-3}(x-2)} \leq 2 - \log_{x-2} 2$

b) Soit $f(x) = \tan\left(\frac{1}{2}\operatorname{Arctan}\frac{1}{x}\right)$. Donner une expression simplifiée de f(x) sur $\mathbb{R}_0^-$.

Répartition des points : 17 ; 22 ; 11 ; 10 .