Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010

Section : C et D

Branche : Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

repêchage
juin 2010

Question I **4+5+3+5 = 17 points**

Soit f la fonction définie par $f(x) = -4 \cdot \ln(x+5) - \frac{x^2}{2} + 5$

et G sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1) Précisez le domaine de définition de f et étudiez l'existence d'asymptotes à G.

2) Etudiez le sens de variation de f et la concavité de G et dressez le tableau de variation. Précisez les extrema et les points d'inflexion éventuels.

3) Tracez G, ses asymptotes éventuelles et la tangente T à G au point d'abscisse -3 dans un repère orthonormé du plan d'unité 1 cm.

4) Calculez l'aire A de la partie du plan délimitée par G, l'axe x et les droites d'équation $x = -4$ et $x = 0$.

Question II **4+6+2+2 = 14 points**

Résolvez dans $\mathbb{R}$: **1)** $\frac{e^{-x-1} - 2}{4 - e^{2x}} \geq 0$ **2)** $x + \log_3(3^x - 2) = \log_9 225$

3) Calculez $\lim_{x \to 0} (1 - 2x)^{\frac{5}{x}}$.

4) Soit h la fonction définie par $h(x) = 2^{1-x}$. Etablissez une équation de la tangente au graphe cartésien de h au point d'abscisse 1.

Question III **5+4+5 = 14 points**

1) Soit f la fonction définie sur $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ par $f(x) = \frac{6x+1}{4x^2 - 4x + 1}$.

a) Déterminez les réels a et b tels que pour tout $x \in \mathrm{dom}\, f$: $\frac{6x+1}{4x^2 - 4x + 1} = \frac{a}{2x-1} + \frac{b}{(2x-1)^2}$

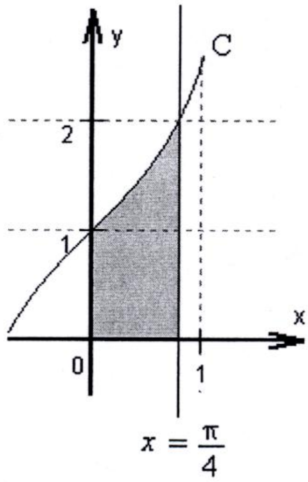
b) Déterminez la primitive F de f sur un intervalle I à préciser telle que $F(0) = 4$.

Tournez la page s.v.p. !

2) Calculez $\int \arcsin(2x)\,dx$ sur $\mathrm{I} = \left] \frac{-1}{2} ; \frac{1}{2} \right[$.

3) Dans un repère orthonormé du plan, on considère la surface P délimitée par l'axe x, la courbe C d'équation $y = 1 + \tan x$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \frac{\pi}{4}$.

Calculez le volume engendré par la rotation autour de l'axe x de la surface P.



Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010 **Sections: C et D** **Branche: Mathématiques II**	**Numéro d'ordre du candidat** repêchage

Problème V200 (15 points)

Remarques préliminaires :
- Tous les calculs de ce problème sont à faire à l'aide de la calculatrice TI-V200
- La TI-V200 doit être réglée en mode « radians » !
- Les résultats seront approchés à 10^{-2} près
- La modélisation du problème, la présentation d'une réponse structurée et argumentée, la clarté des raisonnements, la maîtrise du vocabulaire et des notations mathématiques ainsi que la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.

L'évolution de la température extérieure pendant une journée peut être décrite par une fonction f définie par

$$f(t) = 8 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12} \cdot (t - 8{,}5)\right] + 21 \quad (\text{avec } 0 \le t \le 24)$$

où t désigne le temps en heures,
f(t) est la température extérieure exprimée en degrés Celsius (°C).

1) a) Déterminer les moments de la journée où la température extérieure est minimale respectivement maximale. Donner les valeurs de ces températures minimale et maximale.

   b) Pendant combien de temps la température ne dépasse-t-elle pas 22°C ?

   c) A quel moment de la journée la vitesse de croissance de la température est-elle la plus élevée et quelle est alors sa valeur ?

   d) Calculer la température moyenne entre 6h00 et 18h00 (voir remarque ~~ci-dessous~~ au verso).

2) Pour la journée du lendemain, on estime que l'évolution de la température extérieure peut être décrite par une fonction g définie par $g(t) = 10 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12} \cdot (t - 8{,}5)\right] + a \cdot t + b \quad (\text{avec } 24 \le t \le 48)$

   où t désigne le temps en heures,
   g(t) est la température extérieure exprimée en degrés Celsius (°),
   a et b sont des réels.

   a) Déterminer les réels a et b, sachant que les valeurs des températures extérieures décrites par les fonctions f et g ainsi que les vitesses de diminution de ces températures sont identiques à l'instant $t = 24$.

   b) Représenter graphiquement les fonctions f et g.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010

Sections: C et D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

____

Remarque

Soient a et b deux réels tels que $a < b$ et soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a;b]$.

On appelle valeur moyenne de la fonction f sur $[a;b]$ le nombre réel m défini par

$$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)\,dx$$