Repêchage

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Sections: C et D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

____

I 1) Résoudre dans $I\!R$ l'équation $2^{1-2x}+\left(\frac{1}{2}\right)^x=3$.

2) Résoudre dans $I\!R$ l'inéquation $2\cdot\log_{\frac{1}{2}}(2x-3)+\log_2(10-4x)\leq 1$.

3) Soit f la fonction définie sur $I\!R_0^+$ par $f(x)=\left(x+\frac{1}{x}\right)^x$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

b) Etablir l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.

(3+5+7=15 points)

II Soit la fonction $f: I\!R \to I\!R,\ x \to f(x)=\ln x+\frac{e}{x}$.

1) Etudier la fonction f : domaine de définition, limites et asymptotes, dérivée première, dérivée seconde, tableau des variations avec extremum et point d'inflexion, représentation graphique dans un repère orthonormé.

2) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie $\mathcal{S}$ du plan limitée par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

3) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du solide engendré par la rotation de $\mathcal{S}$ autour de l'axe des abscisses.

(10+3+4=17 points)

III 1) Montrer que si $f: I\!R \to I\!R$ est une fonction continue sur un intervalle $[a,b]$, alors la fonction $F: I\!R \to I\!R,\ x \to \int_a^x f(t)\,dt$ est dérivable sur $[a,b]$ et la dérivée de F est f.

2) Déterminer $a,b\in I\!R$ tels que $\frac{x^2-x+1}{x^3+x}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x^2+1},\ \forall x\in I\!R_0$.

Calculer ensuite la primitive de $\frac{x^2-x+1}{x^3+x}$ qui prend la valeur $\frac{\pi}{4}$ pour $x=1$.

3) Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\cdot e^x\,dx$

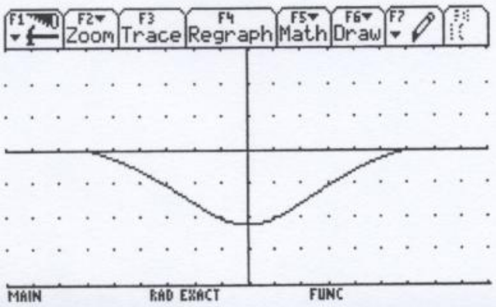
(5+4+4=13 points)

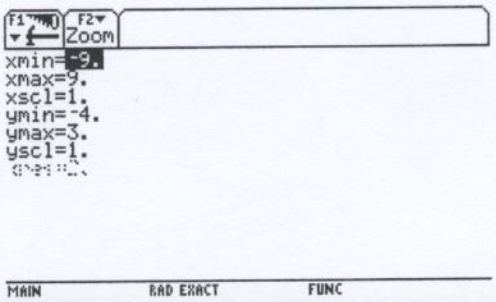
Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009 Section: CD Branche: Mathématiques II	Numéro d'ordre du candidat _______________ _______________

Problème :

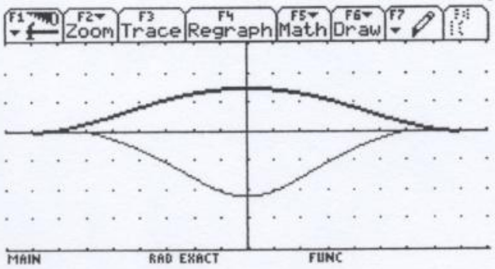
Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2 - 36}{x^2 + 16}$. Pour $-6 \leq x \leq 6$, la courbe C_f représente la coupe transversale d'un canal de 500 m de longueur (x et f(x) sont exprimés en mètres).





La terre se trouve au niveau y = 0. La hauteur des eaux est mesurée par rapport au point le plus profond du canal et s'élève donc au maximum à 2,25 m.

1) Quel est le volume d'eau contenu dans le canal s'il est complètement rempli ?
2) Si la hauteur des eaux est de 1 m, quel est le pourcentage de remplissage du canal ?
3) A quelle distance maximale du bord du canal un homme peut-il se situer, s'il veut apercevoir le point le plus profond du canal vide (on suppose que la hauteur des yeux est de 1,50 m) ? Dessiner un schéma explicatif.
4) On veut construire un pont pour piétons au-dessus du canal. Le pont est symétrique par rapport à la droite verticale issue du point le plus profond du canal, il atteint une hauteur maximale de 1,50 m, il touche la terre à 2 m du bord du canal et il faut, bien sûr, que le joint du pont avec la terre se fasse de façon tangentielle.



Déterminer une fonction polynôme du 4^{e} degré dont la courbe réduite à un intervalle à déterminer représente ce pont.

Répartition des points : 2+6+5+2=15 points