Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009 Section: B Branche: **Mathématiques II**	Numéro d'ordre du candidat __________ __________

Question 1: (5+4+4+4+2 = 19 points)

Soit la fonction f définie par $f(x)=\begin{cases} x\ln(-x) & \text{, si } x<0 \\ 0 & \text{, si } x=0 \\ (x\text{-}2)\,e^{-\frac{1}{x}} & \text{, si } x>0 \end{cases}$

et soit G le graphe cartésien de f dans un repère orthonormé.

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.
   En déduire le domaine de continuité et de dérivabilité de f.
2) Etudier le comportement asymptotique de G.
3) Etudier le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f.
4) Etudier la concavité de G et déterminer les points d'inflexion éventuels.
5) Représenter G et indiquer les tangentes et demi-tangentes éventuelles.

Question 2: (2+3+3+2 = 10 points)

1) Soit la fonction f définie par $f(x) = \operatorname{Arccos}\left[\ln\left(\frac{3}{x}\right)\right]$.

   Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité de f, puis calculer f ' (x).

2) Résoudre dans IR:

   a) $4\log_9(2x-1)-\log_3(3x-2x^2)=\log_3(4x-3)+\log_{\frac{1}{3}} x$

   b) $2^{-x} > \dfrac{2}{2^{-x}-1}$

3) Calculer: $\lim\limits_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

Question 3: ((3+3+3)+(4+3) = 16 points)

1) Calculer: $A=\displaystyle\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{2x-1}{\sqrt{16-9x^2}}\,dx$ $\qquad B=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+\cos^2 x}$

   $C=\displaystyle\int_{-1}^{0} x\log_2(1-x)\,dx$

Examen de fin d'études secondaires 2009 **Section: B** **Branche: Mathématiques II**	**Numéro d'ordre du candidat** __________ __________

2) Soient C_1 et C_2 deux courbes d'équations respectives $y^2 = 2x$ et $y = -2x+6$.

a) Calculer l'aire de la surface (S_1) délimitée par les deux courbes.

b) On considère la surface (S_2) délimitée par les deux courbes et située au-dessus de l'axe Ox.
Calculer le volume du solide engendré par la rotation de la surface (S_2) autour de l'axe Oy.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

____________ ____________

$a = v''$

Problème V200

A la page suivante se trouve le croquis du géant des kangourous, *Macropus Giganteus* (Rotes Riesenkänguru) que les biologistes ont mesuré et représenté graphiquement.

1) On veut modéliser la colonne vertébrale de cet animal à l'aide d'un graphique d'une fonction.
   Déterminer, si possible, une fonction polynôme de degré minimal qui décrit le dos du kangourou en tenant compte des points $A(50,160)$, $C(150,100)$ indiqués sur la figure et en supposant que $B(100,150)$ est un point d'inflexion à tangente horizontale.

A leur naissance, les kangourous ont une taille de seulement 2,5 cm. Grâce à leurs squelettes, on peut déterminer leur vitesse de croissance. En effet, les os présentent une sorte d'anneaux annuels – semblables à ceux des arbres – qui permettent d'estimer leur croissance par année.
Prenons la fonction suivante pour modéliser la vitesse de croissance des kangourous (en centimètres par année) :

$$\varphi(t) = \frac{2500 \cdot k \cdot e^{k \cdot t}}{(4 \cdot e^{k \cdot t} + 50)^2} \cdot h$$

où t représente le temps en années et où k et h sont deux paramètres réels strictement positifs.

2) A quel instant t_m la vitesse de croissance est-elle maximale ? $k \in \{1;3;5\}$ 1.ex.
3) Fixons $h=1$. Tracer le graphe de φ_k pour différentes valeurs de k. Quelle information le paramètre k fournit-il dans le contexte de la croissance des kangourous ?
4) Déterminer la (les) valeur(s) des paramètres k et h pour que la vitesse de croissance d'un kangourou soit maximale à l'âge de 1 an.
5) Déterminer la fonction décrivant la taille des kangourous en fonction du temps.
6) Montrer que le géant des kangourous dont la vitesse de croissance est donnée par $\varphi(t)$ avec $k=\ln\frac{25}{2}$ et $h=15,33$ peut atteindre une taille proche de 1,8 mètres.

(15 points)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009 Section: B Branche: Mathématiques II	Numéro d'ordre du candidat __________ __________