

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008

Section: B

Branche: MATHEMATIQUES 2

Numéro d'ordre du candidat:

\_\_\_\_\_

**Question 1**

Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow \ln(e^{2x} - e^x + 1)$

1. Étudier  $f$  : Domaines, limites et asymptotes, dérivée et signe, dérivée seconde, concavité, tableau de variation et points d'inflexion.
2. Représentation graphique  $C_f$ .
3. Donner en fonction du réel  $m$  le nombre de racines de l'équation  $f(x) = m$  dans  $\mathbb{R}$ .

12+2+5=19 points

**Question 2**

Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow 5(x-1)e^{1-x}$

1. Étudier  $f$  : Domaines, limites, dérivée, tableau de variation.
2. Représentation graphique  $C_f$ .
3. Calculer l'aire  $\mathcal{A}(\lambda)$  du domaine limité par  $C_f$ , l'axe des  $x$  et la droite d'équation  $x = \lambda$  avec  $\lambda > 1$ .
4. Calculer  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\lambda)$ .
5. Calculer le volume  $\mathcal{V}(\lambda)$  du solide engendré par la révolution autour de l'axe des  $x$  du domaine limité par  $C_f$ , l'axe des  $x$  et la droite d'équation  $x = \lambda$  avec  $\lambda > 1$ .
6. Calculer  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \mathcal{V}(\lambda)$ .

6+1+3+1+3+1=15 points

**Question 3**

Calculer les intégrales :

1.  $\int_0^4 \frac{(x-1)^3}{x^2+x+1} dx$
2.  $\int_0^1 4\sqrt{1-x^2} dx$
3.  $\int e^x \sin x dx$
4.  $\int \frac{1}{1+\sin^2 x} dx$

2+3+3+3=11 points

## Epreuve écrite

**Examen de fin d'études secondaires 2008**

**Section: B**

**Branche: MATHÉMATIQUES II**

Numéro d'ordre du candidat

\_\_\_\_\_

L'évolution de la concentration d'un médicament dans le sang peut être décrite par une fonction  $f$  dont l'expression est du type

$$f(t) = a(e^{-bt} - e^{-t})$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes strictement positives,  
 $t$  désigne le temps en heures après la prise du médicament qui s'effectue au moment  $t = 0$ ,  
 $f(t)$  est exprimé en millilitres par litre de sang.

- a) i. Vérifier qu'à l'instant  $t = 0$ , la concentration dans le sang est nulle.  
ii. Déterminer la constante  $b$ , sachant que la concentration est maximale à l'instant  $t = 2 \ln 2$ .  
iii. En prenant  $b = \frac{1}{2}$ , déterminer la constante  $a$ , sachant que la concentration maximale est de 2,5 ml/l.

- b) Les constantes  $a$  et  $b$  dépendent du médicament administré. Pour un autre médicament, on a :  $a = 11$ .

Déterminer alors la constante  $b$  pour qu'après 6 heures la concentration soit de 2 millilitres par litre de sang.

Quelle est alors la concentration maximale? A quel moment est-elle atteinte?

- c) On prend :  $a = 10$  et  $b = \frac{1}{2}$ .

- i. Faire une brève étude de  $f$  sur  $[0, +\infty[$  (domaine, comportement asymptotique, variations, graphique).  
ii. Déterminer l'instant  $t$  où la concentration du médicament dans le sang est retombée à 75% de sa valeur maximale.

[15 points]