

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Repêchage

- I. (a) On donne les nombres complexes $z_1 = \sqrt{3} + i$ et $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$.

Trouver la forme trigonométrique et la forme algébrique du complexe $Z = \frac{z_1^5}{i \cdot z_2^2}$.

- (b) Résoudre l'équation $z^4 = Z$.

10 points

- II. On donne le polynôme $P(z) = z^3 - 5i \cdot z^2 + (-19 - 4i)z + (12 + 31i)$.

(a) Vérifier que $2 + i$ est une racine du polynôme $P(z)$.

(b) Résoudre l'équation $P(z) = 0$.

10 points

- III. Dans un repère orthonormé de l'espace on donne

les points $P(3; -2; 4)$, $Q(5; 0; -4)$, $R(2; -1; 2)$

et la droite $d \equiv \begin{cases} x = 2 - 2k \\ y = -4 + 3k \\ z = 1 + 4k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

- (a) Vérifier que les points P , Q et R définissent un plan π .
- (b) Établir une équation cartésienne de π .
- (c) Établir un système d'équations cartésiennes de d .
- (d) Trouver les coordonnées du point de percée I de la droite d dans le plan π .
- (e) Établir une équation cartésienne du plan π' orthogonal à d passant par l'origine du repère.

2 + 3 + 3 + 3 + 1 = 12 points

IV. On donne le système (S)
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + (m + 2)y + mz = -3 \\ 2x + (m + 1)y + (m^2 - 1)z = m - 4 \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$$

- (a) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (S) a une solution unique.
 (b) Résoudre (S) pour $m = 0$ et en donner l'interprétation géométrique.

8 points

V. (a) Déterminer le terme en x^9 du développement de $\left(3x^2 - \frac{2}{5x}\right)^{12}$.

- (b) Dix-huit personnes se sont présentées à une collecte de sang. Parmi celles-ci, on a noté onze personnes du groupe O, quatre personnes du groupe A, deux personnes du groupe B et une personne du groupe AB. A l'issue de la collecte, on prélève au hasard trois flacons parmi les dix-huit obtenus.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:

- (1) E_1 : les sangs des trois flacons appartiennent au même groupe
- (2) E_2 : parmi les trois flacons prélevés, il y a au moins un flacon contenant du sang du groupe A
- (3) E_3 : les sangs des trois flacons appartiennent à trois groupes différents

- (c) Pour accéder à un service sur internet, vous devez taper un mot de passe de quatre lettres choisies dans l'alphabet latin majuscule (26 lettres).

- (1) Combien de mots de passe de quatre lettres peut-on créer?
- (2) Combien de mots de passe de quatre lettres distinctes peut-on créer?
- (3) Combien de mots de passe de quatre lettres distinctes contenant la suite "AB" peut-on créer?

5 + 10 + 5 = 20 points