

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2009

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I (7+7=14 points)

On donne les nombres complexes $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = \frac{7i-1}{4+3i} - \left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2$

1) Mettre z_1 et z_2 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

2) En calculant de deux façons différentes $z = \frac{z_1}{z_2}$

déduire $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$

Question II (16 points)

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^3 - 2z^2 + 2(2 - 3i)z - 20 = 0$ (E), sachant qu'elle admet une racine imaginaire pure.

Question III (17 points)

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant la valeur du paramètre réel m le système :

$$(s) \begin{cases} x + 2y + mz = 2 \\ x + 3y + 2mz = m \\ mx + 2my + z = 2 \end{cases}$$

Question IV (3+2+4+4=13 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le point $M(2;0;-1)$ et la droite d

définie par le système d'équations cartésiennes : $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - z = 6 \end{cases}$

- 1) Caractériser la droite d par la donnée d'un point et d'un vecteur directeur.
- 2) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d .
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan π perpendiculaire à d et passant par M .
- 4) Déterminer l'intersection $d \cap \pi$.