

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

\_\_\_\_\_

### Question 1

On considère dans  $\mathbb{C}$  le polynôme  $P(z) = z^3 - (3 + 4i)z^2 + (1 + 12i)z + 9 - 12i$ .

Sachant que  $P$  admet une racine imaginaire pure, déterminez toutes les racines complexes de  $P$ .

(15 points)

### Question 2

On considère les nombres complexes  $z_1 = \sqrt{3} + 3i$ ,  $z_2 = 3 - 3i$  et  $Z = \frac{z_1^2}{z_2}$ .

1. Écrivez  $z_1$  et  $z_2$  sous forme trigonométrique.
2. Déduisez-en une forme trigonométrique de  $Z$ .
3. Déterminez la forme algébrique de  $Z$ .
4. Déduisez des questions précédentes la valeur exacte de  $\cos \frac{11\pi}{12}$  et  $\sin \frac{11\pi}{12}$ .

(4+3+4+4=15 points)

### Question 3

1. Résolvez dans  $\mathbb{R}^3$  le système d'équations

$$\begin{cases} 2x - 3y & = 4 \\ 4x - 5y + z & = 7 \\ 2x - y - 3z & = 5 \end{cases}$$

2. Résolvez dans  $\mathbb{R}^3$  et discutez suivant les valeurs du paramètre  $m$  le système d'équations

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ mx + 2y + 2z = 4 \\ y + mz = 1 \end{cases}$$

Indiquez dans chaque cas l'ensemble des solutions et donnez une interprétation graphique.

(6+10=16 points)

### Question 4

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  de l'espace, on donne les points  $A(3; 2; 1)$ ,  $B(-4; -1; 3)$ ,  $C(0; 3; -4)$  et la droite

$$\mathcal{D} \equiv \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x - z = 6 \end{cases}$$

1. Déterminez une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}$  passant par  $A$  et perpendiculaire à  $\mathcal{D}$ .
2. Vérifiez que la droite  $BC$  n'est pas perpendiculaire au plan  $\mathcal{P}$ .
3. Déterminez une équation cartésienne du plan  $\mathcal{Q}$  passant par  $B$  et  $C$  et perpendiculaire à  $\mathcal{P}$ .

(6+2+6=14 points)