



ÉPREUVE ÉCRITE	Branche : Mathématiques I
Section : D	N° d'ordre du candidat :
Date de l'épreuve : 30.5.2016	Durée de l'épreuve : 1h45min

Question I

(14 points)

Soit $P(z) = 3iz^3 + (2 - i)z^2 - (11 - 15i)z + 2(1 - 13i)$.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$ sachant que P admet une racine imaginaire pure.

Question II

(10+4=14 points)

On considère les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{13\sqrt{3} + 13i}{2(i - 2\sqrt{3})} - \frac{2(1 - i)^3}{1 + i}, z_2 = \frac{-\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{2i} \text{ et } z_3 = \frac{(z_1)^3}{(z_2)^5}.$$

1. Ecrire z_1 et z_2 sous leur forme algébrique ainsi que sous leur forme trigonométrique.
2. (a) Montrer que $z_3 = 27 \operatorname{cis}\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.
(b) Calculer les racines cubiques de z_3 .

Question III

(20 points)

Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le système suivant :

$$\begin{cases} x - y + mz = m \\ x + my - z = -1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

Indiquer dans chaque cas l'ensemble de solutions et donner une interprétation géométrique.

Question IV

(6+2+4=12 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(1; 0; -1)$, $B(0; 2; -1)$ et $C(2; 1; 3)$.

1. Etablir un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan π_1 passant par les points A , B et C .
2. Etablir une équation cartésienne du plan π_2 parallèle à π_1 et passant par $D(1; -1; -2)$.
3. Etablir un système d'équations paramétriques et cartésiennes de la droite d perpendiculaire à π_1 et passant par $E(5; -2; 0)$.