

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Exercice 1

(14 points)

Soit $P(z) = z^3 + (1 + 3i)z^2 + (m + 10i)z - 4m(2 - i)$ avec $m \in \mathbb{R}$.

Déterminer la valeur du paramètre réel m sachant que $(-2i)$ est une racine de P .

Résoudre ensuite l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 2

(5+5+6=16 points)

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1) Ecrire le nombre complexe Z sous forme trigonométrique et sous forme algébrique :

$$Z = \frac{(2i - 2\sqrt{3})^5}{\left(2 \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)^6}$$

2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante et préciser l'ensemble des solutions :

$$\frac{z}{i-1} = \bar{z} + 2i$$

3) Calculer et donner sous forme trigonométrique les racines cubiques du nombre complexe $w = -27 \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

Reporter ensuite les points qui ont pour affixes les racines cubiques de w dans le plan de Gauss.

Exercice 3

(16 points)

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs du paramètre réel m le système suivant :

$$(S) \equiv \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + mz = 3 \\ x + my + 3z = 2 \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$$

Exercice 4

(2+2+3+4+3=14 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le point $A(-1; -2; 3)$, le vecteur $\vec{n}(-3; 2; -1)$ ainsi que

la droite d définie par : $d \equiv \begin{cases} x + 2z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$

1) Déterminer une équation cartésienne du plan π passant par le point A et de vecteur normal \vec{n} .

2) Le vecteur $\vec{v}(-2; 3; 0)$ est-il un vecteur directeur du plan π ? Justifier !

3) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d et caractériser la droite d par la donnée d'un point et d'un vecteur directeur.

4) Quelle est l'intersection de la droite d et du plan π ?

5) Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite Δ qui passe par $B(0; 4; -2)$ et qui est parallèle à d .