

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

---

### Question I

Résoudre l'équation suivante dans  $\mathbb{C}$ , sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

$$3z^3 + (-4 + 3i)z^2 + (7 - 7i)z + 2i - 2 = 0$$

(14 points)

### Question II

On considère les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{-2\sqrt{2} - 3i\sqrt{2}}{(1-2i)^2} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{i}{i\sqrt{3}-1}$$

1) Ecrire  $z_1$  et  $z_2$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

2) En écrivant  $Z = \frac{z_1 \cdot z_2}{i + \sqrt{3}}$  de deux manières différentes, déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{-7\pi}{12}$  et  $\sin \frac{-7\pi}{12}$ .

(5+11=16 points)

### Question III

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs attribuées au paramètre réel  $m$ :

$$\begin{cases} x + my + (m+1)z = m \\ x + my + z - 2m = 0 \\ mx + y + z + 1 = 1 \end{cases}$$

(17 points)

### Question IV

Dans un repère orthonormé de l'espace on donne quatre points  $A(1; -1; 0)$ ,  $B(2; 3; 5)$ ,  $C(-1; 4; 16)$  et  $D(-1; 0; -6)$ ,

ainsi que le plan  $\pi$  défini par : 
$$\begin{cases} x = \alpha + 2\beta \\ y = \alpha \\ z = -2\beta \end{cases}, \text{ avec } \alpha \in \mathbb{R} \text{ et } \beta \in \mathbb{R}.$$

1. a) Déterminer les équations paramétriques et cartésienne du plan  $P$  passant par  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

b) Etablir une équation cartésienne de  $\pi$ .

2. Déterminer les équations paramétriques de la droite  $d'$  définie par  $d' = P \cap \pi$ .

Le point  $D$  appartient-il à  $d'$  ?

3. Quelle est l'intersection de  $\pi$  et de la droite  $d_1$  définie par : 
$$\begin{cases} x = 4 + 3m \\ y = -2 + m \\ z = 2 - 5m \end{cases}, \text{ avec } m \in \mathbb{R}.$$

(5+5+3=13 points)

