

Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006	Nom et prénom du candidat:
Section: D	
Branche: Mathématiques I	

- I. 1) Soit le nombre complexe $z = \frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{(1+i\sqrt{3})}$.
- | | |
|---|-------|
| a) Ecrire z sous forme algébrique | 3 p. |
| b) Ecrire z sous forme trigonométrique. | 3 p. |
| b) Calculer les racines cubiques de z . | 4 p. |
| ----- | |
| | 10 p. |

- 2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $(1+i)z^2 - (5+7i)z + 10+4i = 0$.
 Construire dans le plan de Gauss les points dont les affixes sont les solutions de l'équation précédente.
- 10 p.

- 3) $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{5}}$.
- | | |
|--|-------|
| a) Ecrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme trigonométrique. | 4 p. |
| b) Ecrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique. | 3 p. |
| c) En déduire $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. | 3 p. |
| ----- | |
| | 10 p. |

II. On donne les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 6 \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix} \text{ avec } x \in \mathbb{R} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- | | |
|---|-------|
| 1) Calculer $A \cdot B$ et $B \cdot A$. A-t-on $A \cdot B = B \cdot A$? | 4 p. |
| 2) Calculer le déterminant de A . | 3 p. |
| 3) Déterminer x pour que A soit singulière. | 2 p. |
| 4) Calculer A^{-1} si $x = 0$. | 5 p. |
| ----- | |
| | 14 p. |

III. Résoudre, discuter et interpréter géométriquement le système suivant ainsi que l'ensemble des solutions selon les valeurs attribuées au paramètre réel m .

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + z = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

16 p.