



ÉPREUVE ÉCRITE	Branche : Mathématiques I
Section(s) : C	N° d'ordre du candidat :
Date de l'épreuve : 15.09.2016	Durée de l'épreuve : 1h 45 min

**Question 1**  $((4+3+3)+(2+8) = 20$  points)

- On donne les nombres complexes  $z_1 = -\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$  et  $z_2 = -16i$ .
  - Mettre  $z_1$  et  $z_2$  sous forme trigonométrique.
  - Soit  $Z = \frac{z_2}{z_1^3}$ . Écrire  $Z$  sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.
  - Déterminer les racines quatrièmes de  $z_2$  et représenter ces racines dans le plan de Gauss.
- Soit  $P(z) = z^3 - 2iz^2 + (-6 + 5i)z + (7 - 9i)$ .
  - Démontrer que  $P(2 + i) = 0$ .
  - Résoudre l'équation  $P(z) = 0$ .

**Question 2**  $((2+2+4)+(5+7) = 20$  points)

- Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace on donne le point  $A(2; 1; 0)$  et le plan  $\pi$  d'équation  $3x - 4y + z + 11 = 0$ .
  - Est-ce que  $A \in \pi$  ?
  - Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite  $d$  passant par  $A$  et perpendiculaire au plan  $\pi$ .
  - Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite  $d$  avec le plan  $\pi$ .
- (a) Déterminer les valeurs du paramètre réel  $\alpha$  pour lesquelles le système suivant n'admet pas de solution unique dans  $\mathbb{R}^3$  :

$$\begin{cases} 5x - 9y + \alpha z = 1 - \alpha \\ 3x - y + (\alpha - 4)z = \alpha \\ (\alpha - 3)x + 2y + 6z = 1 \end{cases}$$

- Résoudre le système précédent pour  $\alpha = -1$  et interpréter géométriquement le résultat.

**Question 3** (5+6+6+3 = 20 points)

1. Déterminer le terme en  $x^{11}$  dans le développement de  $(\frac{\sqrt{3}}{x} - 3x^2)^{10}$ .
  2. D'un jeu de 32 cartes on tire au hasard 5 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir
    - (a) une main contenant exactement 2 piques et 3 trèfles ;
    - (b) une main avec au moins une figure.
  3. Une urne contient 10 boules rouges, 6 boules vertes et 4 boules noires.
    - (a) On tire successivement et avec remise 3 boules. Quelle est la probabilité que ce soient trois boules rouges ?
    - (b) On trie successivement et sans remise 3 boules. Quelle est la probabilité que ce soient 3 boules rouges ?
  4. Combien de mots (ayant un sens ou non) peut-on former avec 3 lettres distinctes du mot CHIEN ?
-