

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: C

Branche: *Mathématiques I*

Numéro d'ordre du candidat

Rappel : La clarté des raisonnements, la maîtrise du vocabulaire et des notations mathématiques ainsi que la qualité de la rédaction et la propreté interviendront dans l'appréciation de votre copie.

I) a) On considère l'équation suivante

$$z^3 - (5 + 2i)z^2 + (11 + 5i)z - 12i = 0$$

- 1) Montrer que l'équation admet une solution imaginaire pure et la déterminer.
- 2) Résoudre l'équation.

b) On donne les deux nombres complexes $z_1 = -2 + 2i$ et $z_2 = \sqrt{3} - 3i$

- 1) Mettre le nombre Z défini par $Z = z_1 \cdot z_2$ sous formes algébrique et trigonométrique.
- 2) En déduire une valeur exacte de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$. (12 + 8 = 20 points)

II) a) Résoudre à l'aide du calcul matriciel ou une autre méthode de votre choix, le système suivant et en donner une interprétation géométrique

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y = 0 \\ x - z = -2 \end{cases}$$

b) Expliquer pourquoi le système suivant ne peut pas se résoudre par la méthode matricielle. Résoudre le système et en donner une interprétation géométrique

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y = 1 \\ 3x + z = 2 \end{cases}$$

c) Un système de 3 équations du premier degré à 3 inconnues peut-il admettre exactement deux solutions ? Justifier votre réponse. (9 + 9 + 2 = 20 points)

III) a) Une urne contient deux jetons rouges numérotés 1 et 2, trois jetons bleus numérotés 1, 2 et 3 et un jeton blanc numéroté 0. Un joueur tire simultanément deux jetons de l'urne ; on suppose que tous les résultats sont équiprobables.

- 1) Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons de couleurs différentes ?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons portant un numéro impair ?
- 3) Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons dont la somme vaut 3 ?

b) Un comité de 6 personnes doit être choisi parmi 10 hommes et 7 femmes de sorte qu'il contienne au moins 3 hommes et 2 femmes. Deux des 7 femmes refusent d'entrer dans ce comité. De combien de façons peut-on former ce comité ?

c) Dans le développement de $\left(9a^2 - \frac{1}{3a}\right)^{15}$, déterminer le terme en a^9 . (9 + 6 + 5 = 20 points)