

Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2008

Section : C

Branche : Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

I. 1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^3 - (3 + 2i)z^2 + (3 + 5i)z - 6i - 2 = 0$ (E) sachant qu'elle admet une racine purement imaginaire.

2) Soit les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \sqrt{2} \cdot \text{cis} \frac{\pi}{6} \qquad z_2 = \frac{-1 - 5i}{2 - 3i}$$

Écrire z_2 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique, puis calculer $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ et écrire le résultat sous forme algébrique.

14+6=20 points

II. 1) Déterminer les valeurs du paramètre réel a pour lesquelles le système suivant admet une seule solution.

$$\begin{cases} x + y + az & = 0 \\ x + ay + z & = 2a \\ (a + 1)x + ay + z & = a \end{cases}$$

2) Résolvez le système ci-dessus lorsque $a = 2$.

3) Soit le plan Π_1 d'équation cartésienne $2x - 3y + z = 5$ et $B(2; 1; -3)$ un point de l'espace.

a) Le point B appartient-il au plan Π_1 ? (Justifier)

b) Déterminer un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite d passant par B et qui est orthogonale au plan Π_1 .

c) Déterminer une équation cartésienne du plan Π_2 passant par B et qui est parallèle au plan Π_1 .

4+6+10=20 points

III. 1) Lors d'un convénat 12 amis d'enfance se rencontrent. Il y a 8 hommes et 4 femmes.

a) Calculer le nombre de " shake hands " sachant que chaque personne donne la main à toutes les autres personnes.

b) Calculer le nombre de baisers sachant que chaque homme donne 3 baisers à chaque femme.

2) Une urne contient 5 boules noires et 9 boules blanches.

a) On tire 4 boules sans remise de l'urne. Calculer la probabilité de tirer

A. exactement 2 boules noires.

B. au moins une boule blanche.

b) On tire 4 boules avec remise de l'urne. Calculer la probabilité de tirer exactement deux boules noires.

3) Calculer le terme x^6 du développement de $\left(2x^2 - \frac{1}{3x}\right)^9$.

6+8+6=20 points