Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2010	**Numéro d'ordre du candidat**
Section : C	
Branche : Mathématiques I	__________ __________

I. 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) $z^3 + (1+i)\,z^2 + (7+8i)\,z - 15 + 3i = 0$ sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

2) Soit les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{3\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + 2i} \qquad\qquad z_2 = \sqrt{2} \cdot cis\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

Écrire z_1 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique, puis calculer $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2010}$ et écrire le résultat sous forme algébrique.

14+6=20 points

II. 1) i. Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système suivant admet une seule solution.

$$\begin{cases} x + 2y + mz = 2 \\ x + 3y + 2mz = m \\ mx + 2my + z = 2 \end{cases}$$

ii. Résoudre le système ci-dessus lorsque $m = -1$ et interpréter le résultat géométriquement.

iii. Résoudre le système ci-dessus lorsque $m = 1$ et interpréter le résultat géométriquement.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace on donne les points $A\,(2;0;1)$; $B\,(0;-1;2)$ et $C\,(-1;1;1)$.

i. Vérifier que les points $A; B$ et C ne sont pas alignés.

ii. Déterminer une équation cartésienne du plan Π_1 passant par $A; B$ et C.

iii. Déterminer un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite (AB) .

iv. Déterminer une équation cartésienne du plan Π_2 passant par C et qui est orthogonal à (AB) .

10+10=20 points

III. 1) Déterminer le terme en x^8 de $\left(\frac{x^2}{3} + \frac{2}{x^3}\right)^9$.

2) Un entraîneur de basket-ball a 12 joueurs à sa disposition dont 2 Américains, 7 Luxembourgeois et 3 joueurs nés dans un autre état membre de l'union européenne. (dans la suite un joueur né dans un état membre de l'union européenne non luxembourgeois est simplement dit joueur de l' *U.E*)
Pour former une équipe il faut choisir 5 joueurs.

i. Combien d'équipes peut-on former?

ii. Combien d'équipes peut-on former contenant exactement 1 Américain et 1 joueur de l' *U.E* ?

iii. Combien d'équipes peut-on former contenant au plus 1 Américain et au plus 1 joueur de l' *U.E* ?

iv. Combien d'équipes peut-on former contenant exactement 2 joueurs étrangers sachant que les Américains refusent de jouer avec les joueurs de l' *U.E* ?

v. De combien de manières peut-on distribuer des tricots numérotés de 1 à 24 à ses 12 joueurs?

6+14=20 points

Examen de fin d'études secondaires 2010	Numéro d'ordre du candidat
Section : C	
Branche : Mathématiques I	

1. a. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante, sachant qu'elle admet une racine imaginaire pure:

$$iz^3 + (1-6i)z^2 + (14+2i)z + (30-12i) = 0$$

   b. Ecrire les solutions sous forme trigonométrique.

2. Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs de m $\quad (m \in \mathbb{R})$:

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = m \\ x + y + mz = m \end{cases}$$

3. a. Considérons le nom CRAMER.
      i. Avec les lettres de ce nom, combien peut-on former de mots de trois lettres?
      ii. Avec les lettres de ce nom, combien peut-on former de mots de trois lettres distinctes?

   b. D'un jeu de 32 cartes, on tire simultanément et au hasard 6 cartes.
      i. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 rois et 3 piques?
      ii. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 rois ou 3 piques?

   c. Une classe de Première compte 25 élèves dont 9 filles. Le professeur interroge au hasard 4 élèves.
      Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants:
      A: "les 4 élèves interrogés sont de même sexe"
      B: "il y a au plus 3 filles parmi les 4 élèves interrogés"

(Répartition des points : $20_{(=17+3)} + 20 + 20_{(=4+10+6)}$)