

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2007

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I 7+13= 20 points

1) Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $(3-2i)z^3 - 3iz^2 + (6+2i)z + (4-6i) = 0$, après avoir vérifié que i est une solution. Ecrivez les solutions sous forme algébrique.

2) Soient $z_1 = 4 \operatorname{cis} \frac{\pi}{12}$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$.

Ecrivez $Z = \frac{(z_1)^3}{z_2}$ sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

Calculez les racines cinquièmes de Z .

Question II 10+10= 20 points

1) a) Déterminez les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système suivant admet une seule solution.

$$\begin{cases} mx + 4y + 2z = 6 \\ x - y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

b) Résolvez et interprétez géométriquement le système ci-dessus lorsque $m=2$.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace,

on considère la droite $d \equiv \begin{cases} x = \beta + 2 \\ y = -\beta - 1 \\ z = 2\beta \end{cases}$ ($\beta \in \mathbb{R}$) et le point $A(3; 1; 0)$.

a) Le point A appartient-il à la droite d ? Justifiez!

b) Déterminez un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite d' passant par le point A et parallèle à la droite d .

c) Déterminez une équation cartésienne du plan π contenant le point A et contenant la droite d . Donnez ensuite un vecteur normal du plan π .

Question III

9+6+5= 20 points

1) D'un jeu de 32 cartes bien mélangées, on extrait au hasard et simultanément 10 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir :

- a) 4 piques, 3 cœurs, 2 carreaux et 1 trèfle.
- b) au moins un cœur

2) a) Avec les 9 chiffres distincts de 0, combien peut-on écrire de nombres de 6 chiffres distincts ?

b) Avec les 9 chiffres distincts de 0, combien peut-on écrire de nombres de 6 chiffres distincts dont 2 sont pairs et 4 sont impairs ?

3) On jette un dé non truqué et on note le nombre de points de la face supérieure.

On gagne 6€ si le nombre de points est 6 ;

1€ si le nombre de points est impair.

On perd 1,5€ si le nombre de points est soit 2, soit 4.

Si X est le gain du joueur, détermine

- sa loi de probabilités ;
- son espérance mathématique ;
- sa variance et son écart-type.

Quel gain moyen peut espérer le joueur ?