Examen de fin d'études secondaires 2015	Numéro d'ordre du candidat
Section: D	CORRIGÉ MODÈLE
Branche: Sociétés commerciales	

1. <u>Statistique descriptive</u> (4 + 3 + 4 + 5 + 4 = 20 points)

durée de séjour (nuitées)	nombre de personnes	c_i	Amplitude a_i	h_i	Effectif cumulé croissant	z_i	$n_i * z_i$	$n_i * z_i^2$
[0 – 10 [	30	5	10	15	30	-2,5	-75	187,50
[10 – 15 [	50	12,5	5	50	80	-1	-50	50
[15 – 20 [	60	17,5	5	60	140	0	0	0
[20 – 25 [	25	22,5	5	25	165	1	25	25
[25 – 30 [	15	27,5	5	15	180	2	30	60
[30 – 50 [	20	40	20	10	200	4,5	90	405
	N = 200						20	727,50

1. Établissez l'histogramme et le polygone des effectifs.

graphique

2. Calculez la moyenne arithmétique par changement d'origine et d'échelle.

$$\bar{z} = \frac{20}{200} = 0{,}1$$

$$\bar{x} = 17{,}5 + 5 \cdot 0{,}1 = 18\ nuitées$$

3. Déterminez la médiane et interprétez.

M_e = valeur de la 200/2 = 100^e observation.
Donc la classe médiane est [15 ; 20 [

$$M_e = 15 + \left(\frac{200}{2} - 80\right)\left(\frac{20-15}{140-80}\right)$$

$$\Leftrightarrow M_e = 16{,}67 \text{ nuitées à l'étranger}$$

50 % des personnes de l'échantillon passent moins de 16,67 nuitées à l'étranger, l'autre moitié passe plus de 16,67 nuitées à l'étranger.

4. Calculez l'écart-type par changement d'origine et d'échelle.

a) la variance;

$$\bar{z} = 0{,}1$$

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{1}{200}\,727{,}50\right) - (0{,}1)^2 = 3{,}6275$$

donc:

$$\sigma_x^2 = 3{,}6275 \cdot 5^2 = 90{,}6875$$

b) l'écart-type.

$$\sigma_x = \sqrt{90{,}6875} = 9{,}52\ nuitées$$

5. Calculez le pourcentage des personnes qui passent entre 8 et 22 jours à l'étranger.

[8 – 10 [	$30 \cdot \frac{10-8}{10}$	=	6
[10 – 15 [			50
[15 – 20 [			60
[20 – 22 [	$25 \cdot \frac{22-20}{5}$	=	10
		Total:	126

Calcul du pourcentage:

$$\frac{126}{200} \cdot 100 = 63\ \%$$

2. Régression et corrélation (2 + 6 + 2 = 10 points)

1. Présentez le nuage des points.

graphique

2. Déterminez, par la méthode des moindres carrés ordinaires, l'équation de la droite de régression de y en x et représentez cette droite sur le graphique précédent.

Année	heures de soleil x_i	glaces vendues y_i	x_i^2	$x_i y_i$
N+1	175	1800	30625	315000
N+4	180	2300	32400	414000
N+2	225	3000	50625	675000
N	270	3000	72900	810000
N+5	280	3400	78400	952000
N+3	340	4500	115600	1530000
Total	1470	18000	380550	4696000

DÉTERMINATION DE $\overline{x}$:

$$\frac{1470}{6} = 245$$

DÉTERMINATION DE $\overline{y}$:

$$\frac{18000}{6} = 3000$$

DETERMINATION DU PARAMETRE α:

$$\alpha = \frac{\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i\, y_i\right) - \overline{xy}}{\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i{}^2\right) - \bar{x}^2}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{1}{6}\,4696000\right) - 245 \cdot 3000}{\left(\frac{1}{6}\,380550\right) - 245^2} = 14{,}019608$$

DETERMINATION DU PARAMETRE β:

$$\beta = \bar{y} - \alpha\bar{x}$$
$$= 3000 - 14{,}019608 \cdot 245 = -434{,}80396$$

DETERMINATION DE L'EQUATION DE LA DROITE:

$$y = \alpha x + \beta$$
$$y = 14{,}019608\, x - 434{,}80396$$

x	200	245	300
y	2369,12	3000	3771,08

3. Fin juin N+6, les météorologistes prévoient pour le mois de juillet N+6 une durée d'insolation de 320 heures. Estimez le nombre de boules de glaces vendues pour le glacier.

$$y = 14{,}019608 \cdot 320 - 434{,}80396 = 4051{,}47 \text{ boules de glace}$$

3. Analyse combinatoire et calcul de probabilités (4 + 6 + 6 = 16 points)

1.

a) $P_4 \cdot P_6 \cdot P_2 \cdot P_2 \cdot P_4 = 1\,658\,880$ possibilités

b) $P_4 \cdot P_6 \cdot P_2 \cdot P_2 \cdot P_3 = 414\,720$ possibilités

2.

a) $\frac{C_6^0 \cdot C_8^4}{C_{14}^4} = \frac{70}{1001} = 0{,}069\,930$

b) $1 - \frac{C_6^0 \cdot C_8^4}{C_{14}^4} - \frac{C_6^1 \cdot C_8^3}{C_{14}^4} = 1 - \frac{70}{1001} - \frac{336}{1001} = 0{,}594406$

c) $\frac{C_6^2 \cdot C_8^2}{C_{14}^4} = \frac{420}{1001} = 0{,}419580$

3.

a) $\frac{2}{14} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{6}{14} = 0{,}026239$

b) $\frac{2}{14} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{4}{14} = 0{,}017493$

4. **Loi de probabilité** (6 + 2 + 4 + 2 = 14 points)

1. Établissez la loi de probabilité.

p (tirer un as) = $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

q = $\frac{7}{8}$

X		$p_i = P(X = x_i)$
$x_1 = 0$	$C_6^0 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^6$	0,448795
$x_2 = 1$	$C_6^1 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^1 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^5$	0,384682
$x_3 = 2$	$C_6^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^4$	0,137386
$x_4 = 3$	$C_6^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^3$	0,026169
$x_5 = 4$	$C_6^4 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^2$	0,002804
$x_6 = 5$	$C_6^5 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^1$	0,000160
$x_7 = 6$	$C_6^6 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^0$	0,000004
		1

2. Calculez l'espérance mathématique.

$$E(X) = n \cdot p = 6 \cdot \frac{1}{8} = 0{,}75$$

3. Calculez l'écart-type.

variance:

$$\sigma^2(X) = n \cdot p \cdot q = 6 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{7}{8} = 0{,}65625$$

écart-type:

$$\sigma(X) = \sqrt{0{,}65625} = 0{,}810093$$

4. Calculez la probabilité qu'au moins 4 As ont été tirés.

P(X≥4) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) = 0,002804 + 0,000160 + 0,000004 = 0,002968