



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
MATHÉMATIQUES 1	C	Durée de l'épreuve : 1h45 Date de l'épreuve : 7 juin 2018

Question 1 (12 points)

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $3z^3 - (10 + 15i)z^2 + (-3 + 33i)z - 36i - 28 = 0$ sachant qu'elle admet au moins une solution imaginaire pure.

Question 2 (4+4 = 8 points)

On donne les nombres complexes $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i$ et $z_2 = 2 - 2i$.

- 1) Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.
- 2) Soit $Z = \frac{(z_1)^2}{z_2}$. Écrire Z sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

Question 3 (4+7 = 11 points)

Soit le système suivant ($m \in \mathbb{R}$) :

$$(s) \begin{cases} mx - y + (2m - 1)z & = & m - 3 \\ mx + my + z & = & 3 \\ x - y + z & = & -2 \end{cases}$$

- 1) Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles ce système admet une solution unique.
- 2) Résoudre et interpréter géométriquement ce système si $m = 1$ et si $m = \frac{1}{3}$.

Question 4 (4 + 3 + 2 = 9 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne les points $A(0; 2; 3)$, $B(4; 0; 1)$ et $C(1; 2; 1)$.

- 1) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés et déterminer une équation cartésienne du plan π passant par ces trois points.
- 2) Établir un système d'équations cartésiennes de la droite d qui est perpendiculaire à π et qui passe par le point $D(2; 3; 3)$.
- 3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite d et du plan π .

Question 5 (4+(3+4)+(1+2+2+2+2) = 20 points)

- 1) Déterminer le terme en x^{13} dans le développement de $\left(\frac{2}{x} - 3x^2\right)^{14}$.

- 2) Une loterie comporte 100 billets parmi lesquels
 - 1 billet gagne 100 €,
 - 5 billets gagnent chacun 30 €,
 - 10 billets gagnent chacun 10 €.
 - a) Calculer la valeur exacte de la probabilité qu'un acheteur de 3 billets gagne exactement 30 € ?
 - b) Calculer la valeur exacte de la probabilité qu'un acheteur de 3 billets gagne au moins 30 € ?

- 3) De combien de manières peut-on asseoir 8 personnes en rang si :
 - a) aucune restriction n'est faite ;
 - b) les personnes A et B veulent rester ensemble;
 - c) les hommes ne doivent avoir que des voisines et inversement, en supposant qu'il y ait 4 hommes et 4 femmes ;
 - d) les hommes, qui sont au nombre de 5, doivent rester ensemble ;
 - e) les personnes forment 4 couples de gens mariés et si chaque couple doit rester réuni ?